

PHẦN ĐẠI SỐ**1. Định nghĩa về phương trình một ẩn**

+ Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó $A(x)$ gọi là vế trái, $B(x)$ gọi là vế phải là hai biểu thức có cùng một biến x .

+ Nghiệm của phương trình là giá trị của ẩn x thoả mãn (hay nghiệm đúng) phương trình.

2. Định nghĩa về phương trình bậc nhất một ẩn

Phương trình có dạng $ax + b = 0$, với a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

3. Các quy tắc biến đổi phương trình**a) Quy tắc chuyển vế**

Trong một phương trình ta có thể chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó.

b) Quy tắc nhân với một số

Trong một phương trình, ta có thể nhân cả hai vế với cùng một số khác 0.

4. Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn

Cách giải:

Bước 1: Chuyển vế về $ax = -b$.

Bước 2: Chia hai vế cho a ta được: $x = -b/a$.

Bước 3: Kết luận nghiệm: $S = \{-b/a\}$.

Ta có thể trình bày ngắn gọn như sau:

$$ax + b = 0$$

$$\Leftrightarrow ax = -b$$

$$\Leftrightarrow x = -b/a.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-b/a\}$.

5. Cách giải phương trình đưa về dạng: $ax + b = 0$

Để giải các phương trình đưa được về $ax + b = 0$ ta thường biến đổi phương trình như sau:

Bước 1: Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu (nếu có)

Bước 2: Thực hiện phép tính để bỏ dấu ngoặc và chuyển vế các hạng tử để đưa phương trình về dạng $ax = c$.

Bước 3: Tìm x

Chú ý: Quá trình biến đổi phương trình về dạng $ax = c$ có thể dẫn đến trường hợp đặc biệt là hệ số của ẩn bằng 0 nếu:

$0x = c$ ($c \neq 0$) thì phương trình vô nghiệm $S = \emptyset$.

$0x = 0$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi x hay vô số nghiệm $S = \mathbb{R}$.

6. Phương trình tích và cách giải

Phương trình tích có dạng $A(x).B(x) = 0$

$$\text{Cách giải phương trình tích } A(x).B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \end{cases}$$

Bước 1: Đưa phương trình đã cho về dạng tổng quát $A(x).B(x) = 0$ bằng cách:

Chuyển tất cả các hạng tử của phương trình về vế trái. Khi đó vế phải bằng 0.

Phân tích đa thức ở vế phải thành nhân tử

Bước 2: Giải phương trình và kết luận

7. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

a) Điều kiện xác định

Điều kiện xác định của phương trình là tập hợp các giá trị của ẩn làm cho tất cả các mẫu trong phương trình đều khác 0.

Điều kiện xác định của phương trình viết tắt là ĐKXD.

b) Cách giải

Ta thường qua các bước:

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình

Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế rồi khử mẫu.

Bước 3: Giải phương trình tìm được.

Bước 4: Kết luận.

8. Cách giải bài toán bằng cách lập phương trình

Các bước giải toán bằng cách lập phương trình:

Bước 1: Lập phương trình

- + Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- + Biểu diễn các đại lượng chưa biết khác theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- + Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình

Bước 3: Trả lời

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

PHẦN HÌNH HỌC

Nắm vững lại:

- Định lý Talet.
- Định lý đảo của định lý Talet.
- Hệ quả của định lý Talet.
- Tính chất đường phân giác của tam giác.

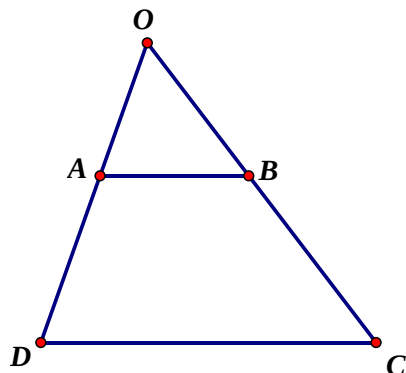
Ôn lại tốt

Mới làm phần sau được!

Bài 1: Cho $AB \parallel CD$; $OA = 2\text{cm}$; $OB = 3\text{cm}$; $AB = 4\text{cm}$; $OD = 6\text{cm}$.

Tính OC và DC.

Giải



Do $AB \parallel CD$ (gt)

Nên ta có: $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC}$ (Hệ quả của định lý Talet)

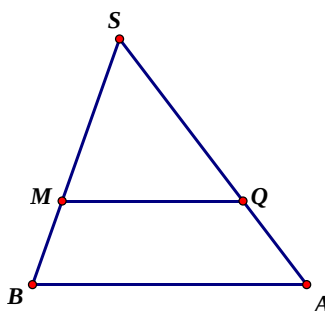
$$\frac{2}{6} = \frac{3}{OC} = \frac{4}{DC}$$

$$DC = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12(\text{cm})$$

$$OC = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9(\text{cm})$$

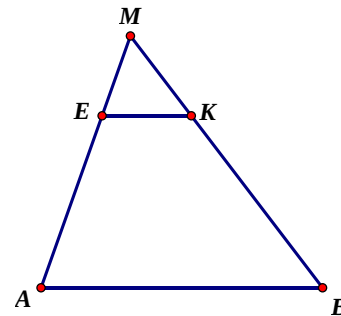
Tự làm:

Bài 1.1 Cho $MQ \parallel AB$; $SM = 12\text{cm}$; $SB = 18\text{cm}$; $SA = 24\text{cm}$; $AB = 24\text{cm}$. Tính SQ và MQ.



12cm ; $SB = 18\text{cm}$; $SA = 24\text{cm}$. Tính SQ và MQ.

Bài 1.2 Cho $EK \parallel AB$; $ME = 1,2\text{cm}$; $MK = 1,8\text{cm}$;
 $AE = 4,8\text{cm}$; $EK = 1,5\text{cm}$.
 Tính MB và AB .



Bài 2. Cho $AB \parallel MQ$; $OA = 12\text{cm}$; $OM = 18\text{cm}$; $OB = 15\text{cm}$; $AB = 18\text{cm}$.

Tính OQ và MQ .

Giải

Ta có: $AB \parallel MQ$ (gt)

Nên: $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{OQ} = \frac{AB}{MQ}$ (Hệ quả của định lý Talet)

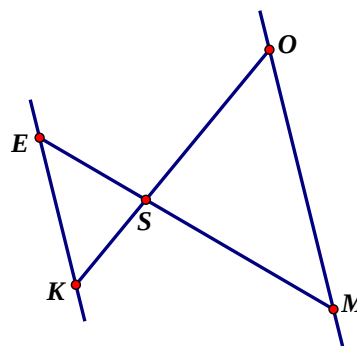
$$\frac{12}{18} = \frac{15}{OQ} = \frac{18}{MQ}$$

$OQ =$

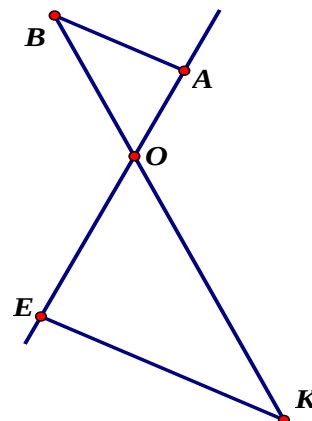
$MQ =$

Tự làm:

Bài 2.1 Cho $EK \parallel OM$; $SE = 4,8\text{cm}$; $SM = 12\text{cm}$;
 $SK = 3,6\text{cm}$; $EK = 5,4\text{cm}$.
 Tính SO và OM .



Bài 2.2 Cho biết: $AB \parallel EK$, $OA = 3,6\text{cm}$; $OB = 5,4\text{cm}$; $OE = 6,3\text{cm}$, $AB = 4,8\text{cm}$. Tính OK và EK .



Bài 3. (Sử dụng định lý Talet đảo)

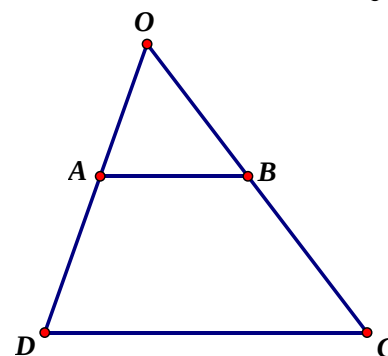
Cho $OA = 1,2\text{cm}$; $OB = 1,6\text{cm}$; $OD = 4,8\text{cm}$; $OC = 6,4\text{cm}$. Chứng minh $AB \parallel CD$.

Giải

Ta có: $\frac{OA}{OD} = \frac{1,2}{4,8} = \frac{1}{4}$ và $\frac{OB}{OC} = \frac{1,6}{6,4} = \frac{1}{4}$

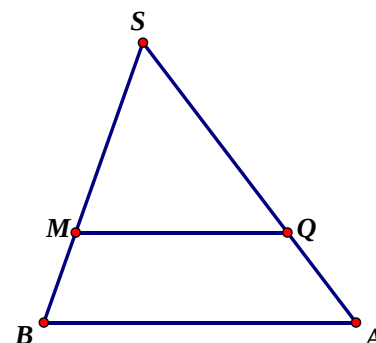
Nên: $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$

Do đó: $AB \parallel CD$ (định lý Talet đảo)

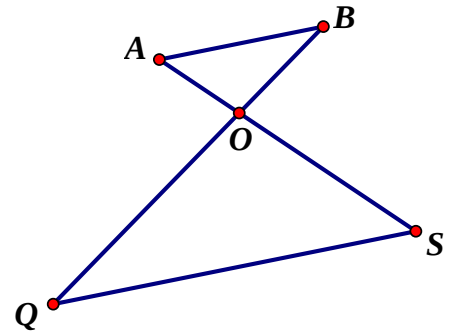


Tự làm:

Bài 3.1 Cho $MS = 9\text{cm}$; $MB = 3,6\text{cm}$; $QS = 12\text{cm}$; $QA = 4,8\text{cm}$. Chứng minh: $MQ \parallel AB$.



Bài 3.2 Cho $OA = 24\text{cm}$; $OS = 36\text{cm}$; $OB = 30\text{cm}$;
 $OQ = 45\text{cm}$. Chứng minh: $AB \parallel SQ$.



Bài 4. Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Điểm Q nằm giữa A và M . BQ cắt AC tại K , CQ cắt AB tại E . Gọi O là đối xứng của Q qua M .

- Chứng minh tứ giác $BQCO$ là hình bình hành.
- So sánh $\frac{AE}{AB}$ và $\frac{AQ}{AO}$ và chứng minh $EK \parallel BC$.
- AO cắt EK tại I . Chứng minh I là trung điểm của EK .

Giải

- Chứng minh tứ giác $BQCO$ là hình bình hành.**

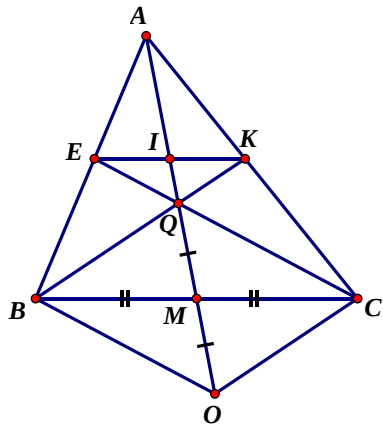
Xét tứ giác $BQCO$ có:

M là trung điểm của OQ (O là đối xứng của Q qua M)

M là trung điểm của BC (AM là đường trung tuyến của $\triangle ABC$)

Vậy: tứ giác $BQCO$ là hình bình hành.

- So sánh $\frac{AE}{AB}$ và $\frac{AQ}{AO}$ và chứng minh $EK \parallel BC$.**



Ta có: $EQ \parallel BO$ (BQCO là hình bình hành)

Nên: $\frac{AE}{AB} = \frac{AQ}{AO}$ (định lý Talet)

Tương tự ta có: $\frac{AK}{AC} = \frac{AQ}{AO}$

Do đó: $\frac{AE}{AB} = \frac{AK}{AC}$

Suy ra: $EK \parallel BC$ (định lý Talet đảo)

c) AO cắt EK tại I. Chứng minh I là trung điểm của EK.

Ta có: $EK \parallel BC$ (gt)

Nên: $\frac{AI}{AM} = \frac{IE}{MB}$ và $\frac{AI}{AM} = \frac{IK}{MC}$ (Hệ quả của định lý Talet)

Suy ra: $\frac{IE}{MB} = \frac{IK}{MC}$

Mà: $MB = MC$ (AM là đường trung tuyến của $\triangle ABC$)

Do đó: $IE = IK$

Vậy: I là trung điểm của EK.

Tự làm:

Bài 4.1 Cho $\triangle OBC$ có OA là đường trung tuyến. Điểm S nằm giữa O và A. Tia BS cắt OC tại H, tia CS cắt OB tại E. Gọi O là đối xứng của Q qua M.

a) Chứng minh tứ giác BSCR hình bình hành .

b) So sánh $\frac{OS}{OR}$ và $\frac{OH}{OC}$ và chứng minh $EH \parallel BC$.

c) Gọi K là giao điểm của OA và EH. Chứng minh: K là trung điểm của EH.

Bài 4.2 Cho $\triangle ABC$ có AS là đường trung tuyến. Điểm G nằm giữa A và S. BG cắt AC tại I, CG cắt AB tại H.

a) Chứng minh: $HI \parallel BC$.

b) Gọi O là trung điểm của HI. Chứng minh: ba điểm A, O và S thẳng hàng.

Bài 4.3 Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt đường thẳng vuông góc với AC tại C ở D. Vẽ $BE \perp CD$ tại E. Gọi M là giao điểm của AD và BE. Vẽ EK vuông góc với BD tại K.

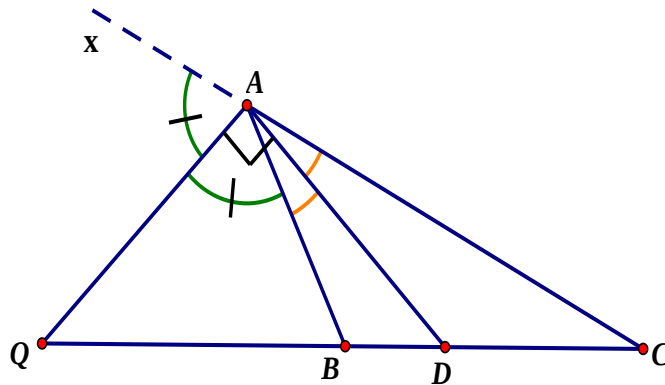
a) Chứng minh: $MK \parallel AB$.

b) Chứng minh: M là trung điểm của BE.

Nhắc lại:

Nếu AD là đường phân giác trong và AQ là đường phân giác ngoài của $\triangle ABC$

$$\text{thì } \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}, \quad \frac{QB}{QC} = \frac{AB}{AC}, \quad \frac{DB}{DC} = \frac{QB}{QC}$$



Chú ý:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d} \quad (\text{giả thiết các mẫu khác } 0)$$

$$\frac{a}{a \pm b} = \frac{c}{c \pm d}$$

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ có AD là đường phân giác. Biết $AB = 8\text{cm}$; $AC = 12\text{cm}$; $BC = 15\text{cm}$.

Tính DB và DC.

Giải

Ta có: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (AD là đường phân giác của $\triangle ABC$)

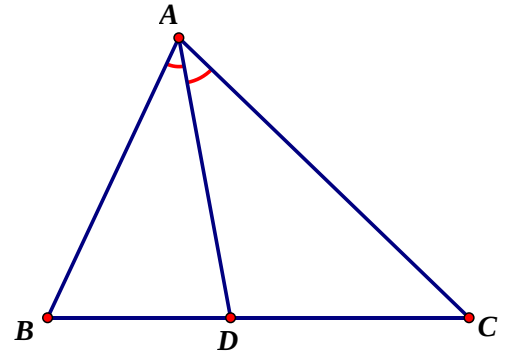
$$\frac{DB + DC}{DC} = \frac{AB + AC}{AC}$$

$$\frac{BC}{DC} = \frac{8 + 12}{12}$$

$$\frac{15}{DC} = \frac{20}{12}$$

$$DC = \frac{15 \cdot 12}{20} =$$

$$DB =$$

**Tự làm:**

Bài 5.1 Cho $\triangle ABC$ có AO là đường phân giác. Biết $AB = 15\text{cm}$; $AC = 25\text{cm}$; $BC = 30\text{cm}$. Tính OB và OC.

Bài 5.2 Cho $\triangle ABC$ có vuông tại A có AI là đường phân giác. Biết $AB = 5\text{cm}$; $AC = 12\text{cm}$. Tính IB và IC.

Đảo lại: Cho $\triangle ABC$. Điểm D nằm giữa B và C. Điểm Q thuộc tia đối của tia BC.

❖ Nếu $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ thì AD là đường phân giác trong của $\triangle ABC$.

❖ Nếu $\frac{QB}{QC} = \frac{AB}{AC}$ thì AQ là đường phân giác ngoài của $\triangle ABC$.

❖ Nếu AD là đường phân giác trong của $\triangle ABC$ mà AD vuông góc với AQ thì AQ là đường phân giác ngoài của $\triangle ABC$.

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Gọi ME, MK lần lượt là các đường phân giác của $\triangle AMB, \triangle AMC$.

a) Chứng minh: $\frac{EA}{EB} = \frac{MA}{MC}$

b) Chứng minh: $EK \parallel BC$

c) BK cắt MA, ME lần lượt ở O, S . Chứng minh: $KB \cdot SO = KO \cdot SB$

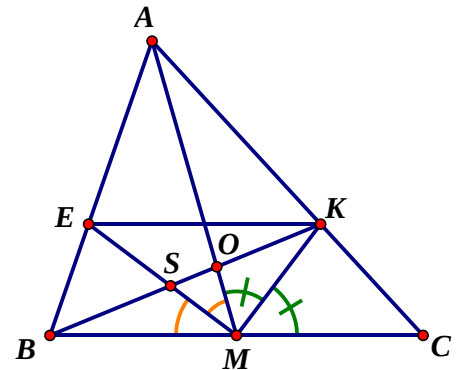
Giải

a) Chứng minh: $\frac{EA}{EB} = \frac{MA}{MC}$

Ta có: $\frac{EA}{EB} = \frac{MA}{MB}$ (AM là đường phân giác của $\triangle AMB$)

$$MB = MC \text{ (gt)}$$

$$\text{Nên: } \frac{EA}{EB} = \frac{MA}{MC}$$



b) Chứng minh: $EK \parallel BC$

$$\text{Ta có: } \frac{EA}{EB} = \frac{MA}{MC} \text{ (cmt)}$$

$$\frac{KA}{KC} = \frac{MA}{MC} \text{ (MA là đường phân giác của } \triangle AMC \text{)}$$

$$\text{Do đó: } \frac{EA}{EB} = \frac{KA}{KC}$$

Nên: $EK \parallel BC$ (định lý Talet đảo)

c) BK cắt MA, ME lần lượt ở O, S . Chứng minh: $KB \cdot SO = KO \cdot SB$

Xét $\triangle MOB$ có:

MS là đường phân giác trong

MK là đường phân giác ngoài

$$\text{Nên: } \frac{SO}{SB} = \frac{KO}{KB}$$

Hay: $KB.SO = KO.SB$

Tự làm:

Bài 6.1 Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Gọi MS, MQ lần lượt là các đường phân giác của $\triangle AMB, \triangle AMC$.

- Chứng minh: $SQ \parallel BC$
- SC cắt MA, MQ lần lượt ở V, I . Chứng minh: $SC.IV = SV.IC$
- Chứng minh: BQ đi qua điểm V .

Bài 6.2 Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Gọi ME là đường phân giác của $\triangle AMB$. Từ E vẽ đường thẳng song song với BC cắt AC ở K . Chứng minh: MK là đường phân giác của $\triangle AMC$.